

3 個のファンデルポール発振器の結合系に発生する振幅の死の実験とその分析

若島 祐紀

指導教員 三堀 邦彦

拓殖大学大学院 工学研究科 電子情報工学専攻 三堀研究室

キーワード：ファンデルポール発振器，結合系，振幅の死

1. はじめに

ファンデルポール(VDP)発振器は基本的な正弦波発振器の 1 つである。VDP 発振器の回路方程式は、BVP 方程式とよばれる神経細胞の応答モデルになる[1]。VDP 発振器の結合系や神経細胞の結合系は同期現象を発生する。後者では同期現象が生物の活動に重要な役割を果たす。VDP の結合系の調査が、神経細胞の結合系の仕組みを解明する突破口となる可能性がある。

本研究では、図 1 の結合系を実装し実験を行い、その結果を分析した。当研究室ではこれまで、図中の 2 つの電圧フォロアを短絡除去した系の振る舞いを調べてきた[2][3]。 R_{31} が無限大の場合には v_1 と v_2 が逆相同期、 v_2 と v_3 は同相同期となった。 R_{31} を減少させると、これらの同期が保たれたまま振幅が小さくなり、最終的にゼロになる。この現象は「振幅の死」と呼ばれる。図 1 の系では各 VDP の間の結合が一方向的であるため、過去のものよりも減少を考察しやすい。

本発表では、数種類の R_{23} の値で R_{31} の値を変えた場合に発生する振幅の死について報告し、その発生する状況を整理する。

2. 本論

図 1 の回路を考える。VDP-1 と VDP-2 は抵抗 R_{12} で結合され、 v_1 と v_2 は逆相同期しようとする。VDP-2 と VDP-3 は抵抗 R_{23} と電圧フォロアで結合され、 v_2 と v_3 は同相同期しようとする。VDP-3 と VDP-1 は抵抗 R_{31} と電圧フォロアで結合され、 v_3 と v_1 は同相同期しようとする。この 3 つの同期は同時には発生できない。

各 VDP はコイル L 、その内部抵抗 r 、コンデンサ C 、および非線形コンダクタンスで構成される。非線形コンダクタンスは図 2 (a)の回路で実現され、図 2 (b)に示される v_N-i_N 特性を持つ。同図(a)の R_f を調節すれば、同図(b)の中央の領域の傾き $-g$ と左右の領域の傾き g を設定できる。我々はこの g に、非線形コンダクタンスの特性を代表させる。結合系では R_{23} と R_{31} を調節可能なパラメータとし、それ以外の素子値を以下に固定する：

$$L=200[\text{mH}], C=47[\text{nF}], r=200[\Omega]$$

$$g_1=0.1[\text{ms}], g_2=0.1[\text{ms}], g_3=0.1[\text{ms}], R_{12}=1[\text{k}\Omega]$$

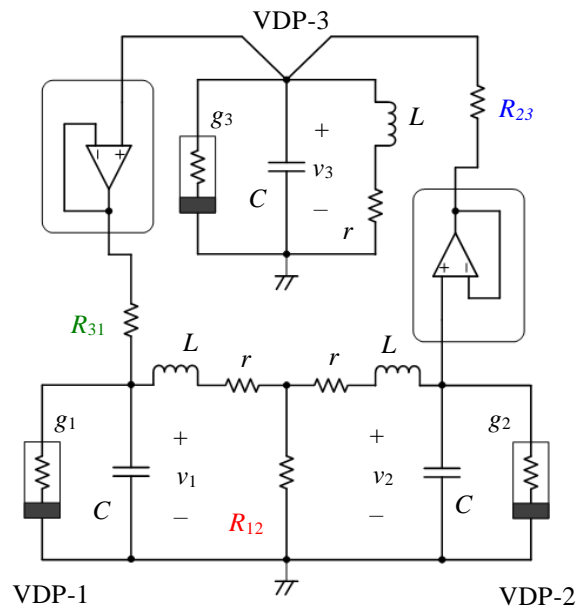


図 1 3 つのファンデルポール発振器の結合系

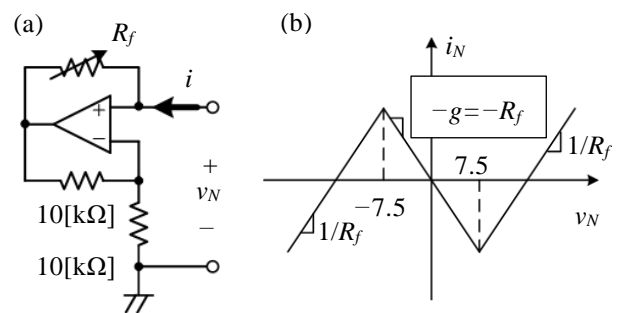


図 2 非線形コンダクタンス：
(a) 実現回路, (b) v_N-i_N 特性。

最初に R_{23} を短絡・ R_{23} と R_{31} を開放し、各 VDP が独立に正弦波発振することを確認した。次に $R_{23}=10[\text{k}\Omega]$ に固定して R_{31} を開放から小さくした場合に、1 章で述べた振幅の死の発生を確認した。このとき、 v_2 からみた v_3 が R_{31} =開放の場合で既に、完全な同相同期よりわずかに遅れていることが確認された。しかしながらそれ以降では振幅が急激に減少し、現象を確認しにくい。

そこで R_{23} を $10[\text{k}\Omega]$ より大きな値に固定して R_{31}

表 1 $R_{23}=15[\text{k}\Omega]$ のときの
各発振器の振幅や位相の測定結果

$R_{31}[\text{k}\Omega]$	30	20	10
v_1 [V _{PP}]	14.4	11.69	4.88
v_2 [V _{PP}]	15.49	12.46	4.83
v_3 [V _{PP}]	17.08	13.38	4.88
v_2 / v_1	1.08	1.07	0.989
v_3 / v_1	1.19	1.14	0.999
θ_{21} [度]	181.5	182.1	182.6
θ_{31} [度]	184.8	253.1	276.4

を減少させたところ、 $R_{23}=10[\text{k}\Omega]$ の場合よりもゆっくり振幅の死が発生し、 v_3 の位相の遅れがよく観察できた。

図 3 に、 $R_{23}=15[\text{k}\Omega]$ の場合の振幅の死の実験結果を示す。 $R_{23}=10[\text{k}\Omega]$ の場合よりも小さな値の R_{31} から、ゆるやかな勢いで振幅が減少している。 v_2 からみた v_3 は、 $R_{31}=30[\text{k}\Omega]$ の場合で完全な同相同期よりかなり遅れている。 R_{31} が減ると、この遅れが増えている。

R_{31} の各値で周期と時間のずれを測定し、そこから位相のずれを計算した。その結果を v_1, v_2, v_3 の振幅と共に表 1 に示す。ここから R_{31} を減少させたとき、以下のことが発生していることが分かる：

- v_2 の位相のずれ θ_{21} は181.5度からわずかに増えた。
- v_3 の位相のずれ θ_{31} は184.8度から大きく増え、 $R_{31}=10[\text{k}\Omega]$ では276.4度になった。この過程で、 v_2 と v_3 の同相関係が崩壊している。
- 振幅比 v_2/v_1 と v_3/v_1 は、1より少し大きい値から出発している
- v_2/v_1 より v_3/v_1 の値の方が、少しだけ大きい。これらは $R_{31}=10[\text{k}\Omega]$ の場合に、両方とも1よりわずかに小さくなった。

3. まとめ

3個のファンデルポール発振器の結合系に発生する振幅の死の実験を行い、その結果を分析した。今後の課題は、 R_{23} を $10[\text{k}\Omega]$ より小さな値にした場合の実験を行い、今回の結果と比べることである。

参考文献

- [1] 伊藤宏司：「ニューロダイナミクス」、共立出版株式会社 (2010)。
- [2] 麻本泰之：「2種類の結合方式を含む3つのファンデルポール発振器の結合系の同期実験」、2018年度拓殖大学電子システム工学科卒業論文。
- [3] 田中雅人：「3つのファンデルポール発振器の結合系に発生する振幅の死について」、2019年度拓殖大学電子システム工学科卒業論文。

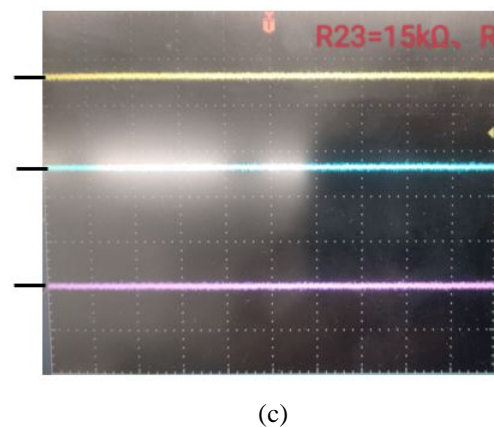
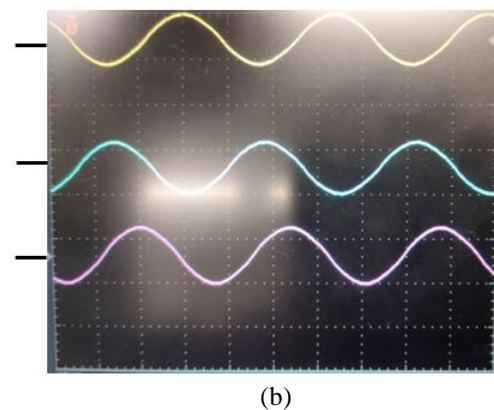
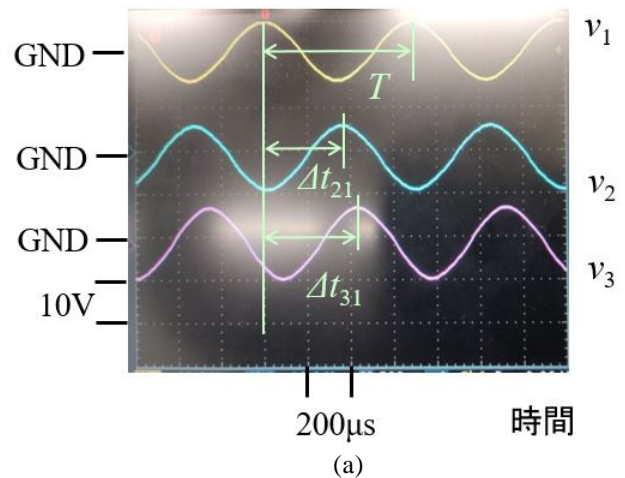


図 3 $R_{23}=15[\text{k}\Omega]$ の場合の振幅の死の実験結果：
(a) $R_{31}=30[\text{k}\Omega]$, (b) $R_{31}=20[\text{k}\Omega]$, (c) $R_{31}=5[\text{k}\Omega]$.