

Y 字形に結合された 4 個のファンデルポール発振器における同期現象の実験

Experiments on Synchronization in Y-shaped Coupled 4-Van der Pol Oscillators

ハン エイキン

指導教員 三堀 邦彦

拓殖大学大学院 工学研究科 電子情報工学専攻 三堀研究室

キーワード：ファンデルポール発振器，結合系，Y 字結合，同期現象

1. はじめに

ファンデルポール(VDP)発振器は基本的な正弦波発振器の 1 つである。VDP 発振器の回路方程式は、BVP 方程式とよばれる神経細胞の応答モデルになる[1]。

VDP 発振器の結合系や神経細胞の結合系は同期現象を発生する。神経細胞の結合系では同期現象が生物の活動に重要な役割を果たす。他にも同期現象が発生する結合系は多数知られているが、どのような系からどのような同期現象が発生するかは完全には明らかになっていない。当研究室では、簡単な例題による実験を通して「どのような系からどのような同期現象が発生するか」を明らかにしていく。その例題には、簡単に実験と観察が出来る電子回路である VDP 発振器を選ぶ。

本研究では、図 1 に示す結合系を実装し実験した。4 個の VDP 発振器が Y 字形に相互結合されている。P₁ と P₂ は回路のパラメータであり、異なる値を持つ。A と B は同じ素子値なので、同期しようとする。B と C は異なる素子値なので同期せず、B と D も同様である。ただし素子値の違いが小さければ、お互いの周波数が歩み寄ることで同期に近づこうとする。その結果 A, C, D が B を取り合うことになり、全体として発生する現象は自明ではない。この発表では、この結合系の実験結果を報告する。

2. 本論

図 2 に、この結合系の回路図を示す。各発振器はコイル L 、その内部抵抗 r 、コンデンサ C と非線形コンダクタンスで構成される。コイルとその内部抵抗は VDP-A で L_A と r_A 、VDP-B で L_B と r_B 、VDP-C で L_C と r_C 、VDP-D で L_D と r_D である。発振器 A と B が抵抗 R_{AB} で、B と C が R_{BC} で、B と D が R_{BD} で結合される。

非線形コンダクタンスは図 3 (a)の回路で実現され、図 3 (b)に示される v_N-i_N 特性を持つ。同図(a)の R_f を調節すれば、同図(b)の中央の領域の傾き $-g$ と左右の領域の傾き g を設定できる。我々はこの g に、非線形コンダクタンスの特性を代表させる。結合抵抗 R_{AB}, R_{BC}, R_{BD} 以外の素子は、以下の値に設

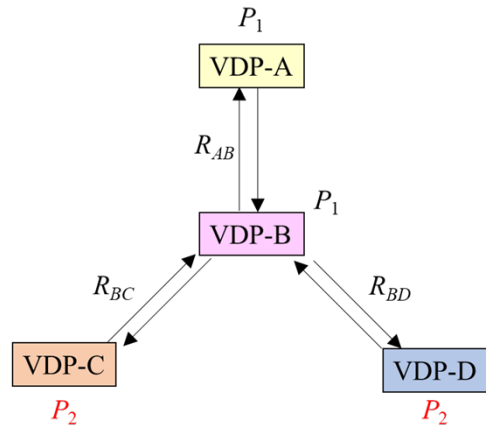


図 1 Y 字形に結合された 4 個の VDP 発振器

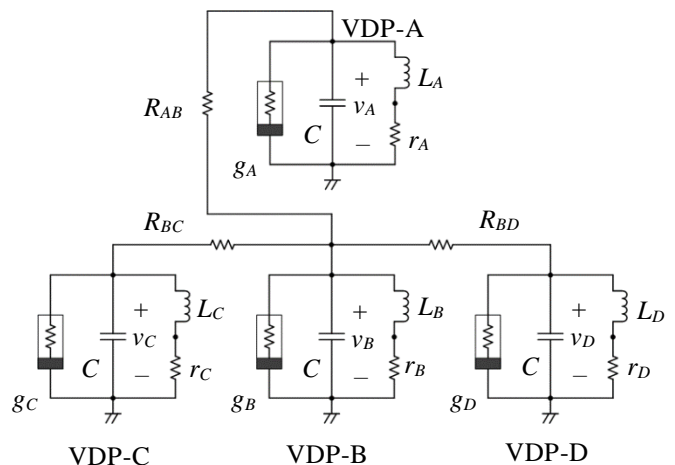


図 2 図 1 の結合系の回路図

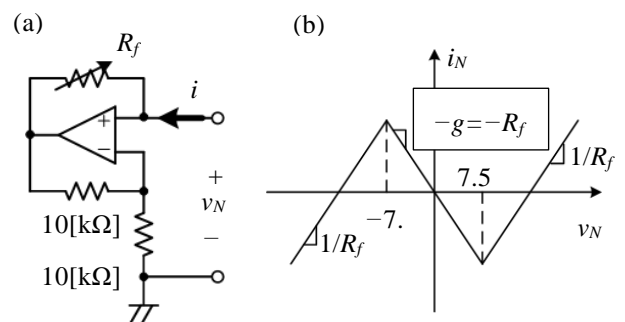


図 3 非線形コンダクタンス：
(a) 実現回路，(b) v_N-i_N 特性。

定される：

$$C = 47[\text{nF}], L_A = L_B = 300[\text{mH}], L_C = L_D = 200[\text{mH}], r_A = r_B = 250[\Omega], r_C = r_D = 200[\Omega], g_A = g_B = g_C = 0.1[\text{mS}].$$

抵抗 R_{AB}, R_{BC}, R_{BD} を全て開放すれば、各発振器は独立に正弦波発振する。各発振器の電圧波形 v_A, v_B, v_C, v_D の振幅と周波数の測定結果を表 1 に示す。コイルの値が同じ A と B のペア、C と D のペアの中で各々、振幅と周波数が近い値をとる。また 300[mH] の発振器の方が 200[mH] の発振器に比べ振幅が大きく周波数が小さい。

$R_{AB} = R_{BC} = R_{BD} = 5.1[\text{k}\Omega]$ のときの v_A, v_B, v_C, v_D の振幅と周波数の測定結果を表 2 に示す。振幅は全て異なる値になった。ラフに言えば、300[mH] の発振器の振幅が 200[mH] のそれに比べて大きくなった。同じ 300[mH] の発振器の中では、1 個の発振器と結合する A の振幅が、3 個の発振器と結合する B のそれよりも大きくなった。その結果、C の振幅は B よりも大きくなった。一方で、周波数は全ての発振器でほぼ等しくなった。

このときの電圧波形を図 4 に示す。電圧波形は厚い楕円・薄い楕円・右上がりの直線の 3 種類になった。・厚い楕円は、1 個の発振器と結合する 300[mH] の発振器と 200[mH] の発振器の間で得られている。薄い楕円は、3 つの発振器と結合する発振器 B と、1 つの発振器と結合する他の発振器との間で得られている。右上がりの直線は、一般化同期 [2][3] と呼ばれる現象の一種と考えられる。

3. まとめ

Y 字形に結合された 4 個のファンデルポール発振器を実装して実験を行い、一般化同期を含む同期現象の発生を確認した。今後の課題は、3 個のファンデルポール発振器の結合系の実験を行い、今回の結果をその結果と比べることである。

参考文献

- [1] 伊藤宏司：「ニューロダイナミクス」，共立出版株式会社 (2010).
- [2] N. F. Rulkov, “Image of synchronized chaos: Experiments with circuits”, *CHAOS* **6** (3) pp. 262-279 (1996).
- [3] H.D.I.Abarbanel, N.F.Rulkov, and M.M.Sushchik, “Generalized synchronization of chaos: The auxiliary system approach”, *Phys. Rev. E*, **vol.53**, no.5, pp.4528-4535 (1996).

表 1 R_{AB}, R_{BC}, R_{BD} を開放したときの各発振器の振幅と周波数の測定結果

	v_A	v_B	v_C	v_D
振幅[V _{PP}]	21.2	21.9	20.4	19.7
周波数[kHz]	1.25	1.21	1.50	1.55

表 2 $R_{AB} = R_{BC} = R_{BD} = 5.1[\text{k}\Omega]$ のときの各発振器の振幅と周波数の測定結果

	v_A	v_B	v_C	v_D
振幅[V _{PP}]	15.6	14.2	14.8	14.0
周波数[kHz]	1.38	1.37	1.37	1.37

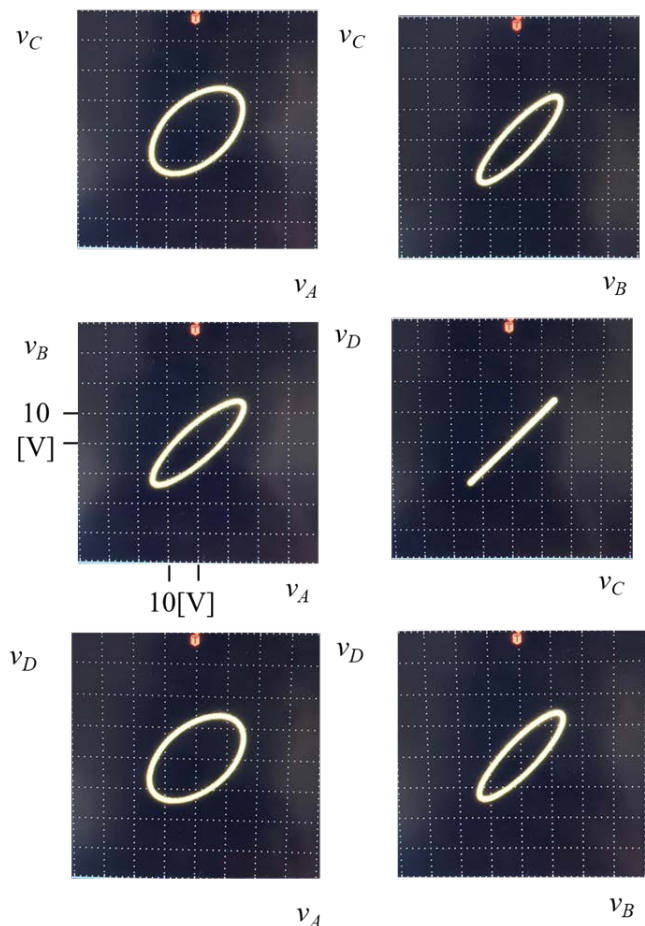


図 4 $R_{AB} = R_{BC} = R_{BD} = 5.1[\text{k}\Omega]$ のときの電圧波形。