

リング状に結合された 4 個のファンデルポール発振器における同期現象の実験

Experiments on Synchronization in Ring-shaped Coupled 4-Van der Pol Oscillators

ジョ ブンコウ

指導教員 三堀 邦彦

拓殖大学大学院 工学研究科 電子情報工学専攻 三堀研究室

キーワード：ファンデルポール発振器，結合系，リング結合，同期現象

1. はじめに

ファンデルポール(VDP)発振器は基本的な正弦波発振器の 1 つである。VDP 発振器の回路方程式は、BVP 方程式とよばれる神経細胞の応答モデルになる[1]。

VDP 発振器の結合系や神経細胞の結合系は同期現象を発生する。神経細胞の結合系では同期現象が生物の活動に重要な役割を果たす。他にも同期現象が発生する結合系は多数知られているが、どのような系からどのような同期現象が発生するかは完全には明らかになっていない。当研究室では、簡単な例題による実験を通して「どのような系からどのような同期現象が発生するか」を明らかにしていく。その例題には、簡単に実験と観察が出来る電子回路である VDP 発振器を選ぶ。

本研究では、図 1 に示す結合系を実装し実験した。4 個の VDP 発振器がリング状に相互結合されている。P₁ と P₂ は回路のパラメータであり、異なる値を持つ。各発振器はパラメータが異なる発振器と直接に接続されるが、パラメータが同じ VDP と直接に接続されていない。この系は複雑な同期やその崩壊のパターンを発生するはずだが、過去に調べられた例がない。この発表では、この結合系の実験結果を報告する。

2. 本論

図 2 にこの結合系の回路図を示す。各発振器はコイル L 、その内部抵抗 r 、コンデンサ C と非線形コンダクタンスで構成される。コイルとその内部抵抗は VDP-A で L_A と r_A 、VDP-B で L_B と r_B 、VDP-C で L_C と r_C 、VDP-D で L_D と r_D である。発振器 A と B は抵抗 R_{AB} 、B と C が R_{BC} 、C と D が R_{CD} 、D と A が R_{DA} で結合される。

非線形コンダクタンスは図 3 (a)の回路で実現され、図 3 (b)に示される v_N-i_N 特性を持つ。同図(a)の R_f を調節すれば、同図(b)の中央の領域の傾き $-g$ と左右の領域の傾き g を設定できる。我々はこの g に、非線形コンダクタンスの特性を代表させる。結合抵抗 R_{AB} 、 R_{BC} 、 R_{CD} 、 R_{DA} 以外の素子は、以下の値に設定される：

$C = 47[\text{nF}]$, $L_A = L_C = 300[\text{mH}]$, $L_B = L_D = 200[\text{mH}]$,
 $r_A = r_B = 250[\Omega]$, $r_C = r_D = 200[\Omega]$, $g_A = g_B = g_C = 0.1[\text{mS}]$.

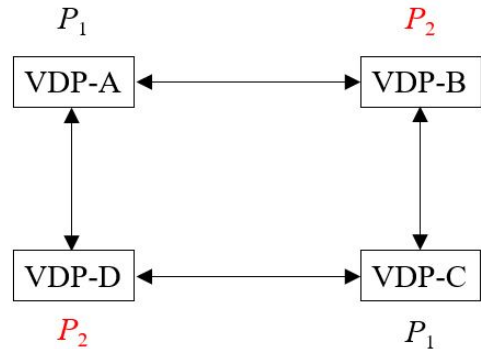


図 1 リング状に結合された 4 個の VDP 発振器

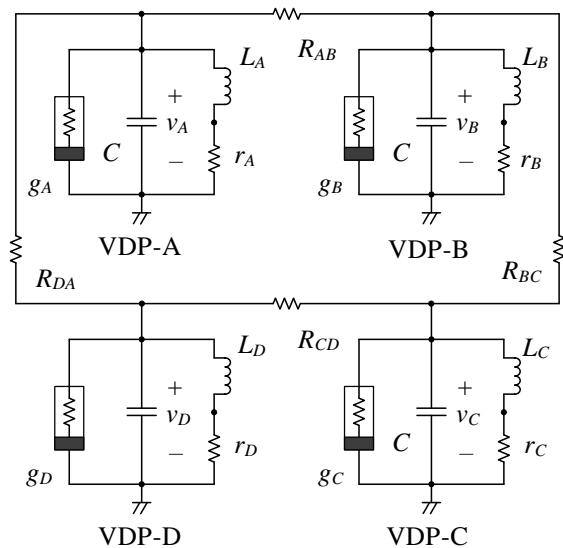


図 2 図 1 の結合系の回路図

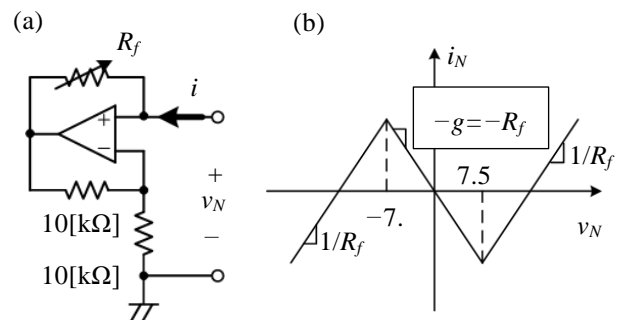


図 3 非線形コンダクタンス：
 (a) 実現回路，(b) v_N-i_N 特性。

表 1 $R_{AB}, R_{BC}, R_{CD}, R_{DA}$ を開放したときの各発振器の振幅と周波数の測定結果

	v_A	v_B	v_C	v_D
振幅[V _{PP}]	19.5	22.5	19.8	19.2
周波数[kHz]	1.45	1.21	1.47	1.22

抵抗 $R_{AB}, R_{BC}, R_{CD}, R_{DA}$ を全て開放すれば、各発振器は独立に正弦波発振する。各発振器の電圧波形 v_A, v_B, v_C, v_D の振幅と周波数の測定結果を表 1 に示す。コイルの値が同じ A と C のペア、B と D のペアの中で各々、振幅と周波数が近い値をとる。300[mH]の発振器の方が 200[mH]の発振器に比べ、振幅が大きく周波数が小さい。

また $R_{AB}=R_{BC}=R_{DA}=5.1[k\Omega]$ に設定し、 R_{CD} を①開放、② 5.1k Ω の 2 種類に設定し実験した。

R_{CD} =開放のときの v_A, v_B, v_C, v_D の振幅と周波数の測定結果を表 2 に示す。A と B は直接つながっており、コイルの値が違う。これらの振幅はほぼ同じ値になった。一方で C と D は直接つながっておらず、コイルの値が違う。これらの振幅は異なる値になった。一方で、周波数は全ての発振器でほぼ等しくなった。

$R_{CD}=5.1[k\Omega]$ のときの v_A, v_B, v_C, v_D の振幅と周波数の測定結果を表 3 に示す。振幅の値は 2 個のグループに分かれた。すなわち A と C のペア、B と D のペアの中で振幅の値がほぼ等しい。また周波数は全ての発振器でほぼ等しくなった。

$R_{CD}=5.1[k\Omega]$ のときの電圧波形を図 4 に示す。電圧波形は、厚い楕円・薄い楕円・右上がりの直線の 3 種類になった。電圧波形は、薄い楕円・右上がりの直線の 2 種類になった。薄い楕円は、コイルの値が違う隣同士の発振器の間で得られている。一方で右上がりの直線は、コイルの値が同じで 2 つ隣の発振器の間で得られている。

3. まとめ

リング状に結合された 4 個のファンデルポール発振器を実装して実験を行い、同期現象の発生を確認した。今後の課題は、 $R_{CD}=5.1k\Omega$ 以外の場合の実験を行い、 $R_{CD}=5.1k\Omega$ の場合と比べることである。

参考文献

[1] 伊藤宏司：「ニューロダイナミクス」，共立出版株式会社 (2010)。

表 2 $R_{AB}=R_{BC}=R_{DA}=5.1[k\Omega], R_{CD}$ =開放のときの各発振器の振幅と周波数の測定結果

	v_A	v_B	v_C	v_D
振幅[V _{PP}]	18.4	18.6	17.2	20.0
周波数[kHz]	1.31	1.30	1.31	1.31

表 3 $R_{AB}=R_{BC}=R_{DA}=R_{CD}=5.1[k\Omega]$ のときの各発振器の振幅と周波数の測定結果

	v_A	v_B	v_C	v_D
振幅[V _{PP}]	18.8	20.2	19.4	20.0
周波数[kHz]	1.31	1.31	1.31	1.31

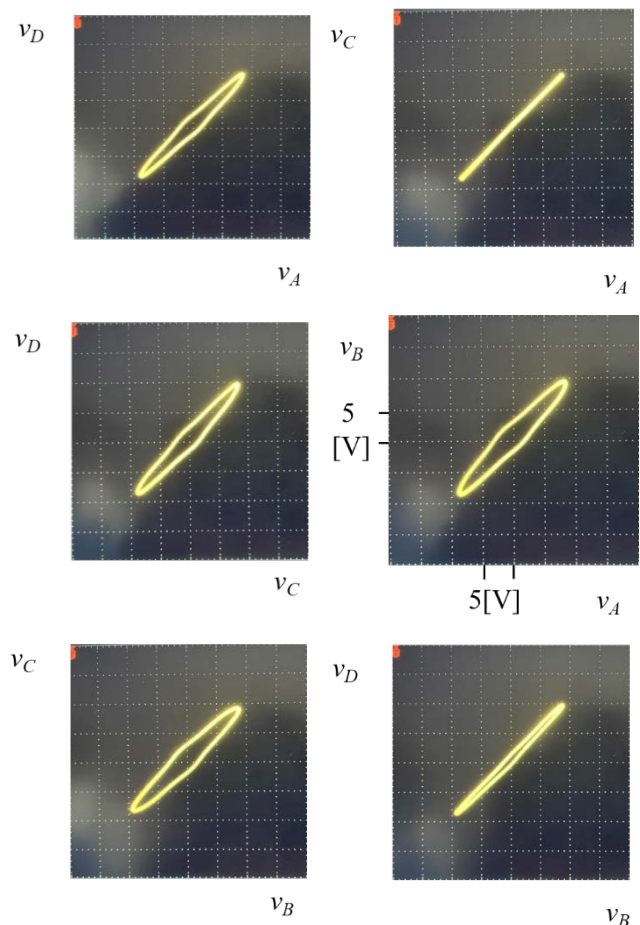


図 4 $R_{AB}=R_{BC}=R_{DA}=R_{CD}=5.1[k\Omega]$ のときの電圧波形。