

# 時間依存のGL方程式を利用した高Tc超伝導円筒導波管の特性解析

## Analysis of High Tc Superconducting Cylindrical Waveguide using Time-Dependent GL Equation

拓殖大学大学院 工学研究科 機械・電子システム工学専攻 吉森研究室

李 嘉鵬

指導教員 教授 吉森 茂

キーワード：高Tc超伝導体、円筒導波管、共振器、無負荷Q値、TDGL方程式

### 1. まえがき

超伝導現象は、絶対零度付近で金属の電気抵抗がゼロとなる現象である。従来の超伝導現象の発現方法は、液体ヘリウムを使い、超伝導体を約4.2[K]まで冷却して超伝導状態にする。日本ではヘリウムガスの全量をアメリカから輸入しているが、近い将来、輸入できなくなる。一方、近年では高Tc超伝導体が登場し、絶対零度付近まで冷却をせずとも、超伝導現象を発現できるようになった。液体窒素の原料である窒素は無制限に使用できるため、今後は液体窒素を使用した高Tc超伝導体の応用がますます活発になることが予想される。

本研究では、時間依存のGL方程式を用いてBi系高Tc超伝導円筒導波管の共振器特性を解析した。

### 2. 時間依存のGL方程式

Bi系高Tc超伝導円筒導波管の共振器特性解析には、式(1)で与えられる時間依存のGL(TDGL)方程式を使用した。

$$\xi^2 \left( \nabla - i \frac{2e}{h} A \right)^2 \Delta + \left( 1 - \left| \frac{\Delta}{\Delta_0} \right| \right)^2 \Delta = \tau \left( \frac{\partial}{\partial t} - i \frac{2e}{h} V \right) \Delta \quad (1)$$

ここで、 $\xi$ はコヒーレンス長、 $e$ は電子電荷の絶対値、 $h$ はプランク定数、 $\tau$ はオーダーパラメータの緩和時間、 $A$ はベクトルポテンシャル、 $V$ は超伝導体でのスカラーポテンシャル、 $\Delta_0$ は絶対零度におけるエネルギーギャップである。

### 3. TDGL方程式を用いた高Tc超伝導円筒導波管の共振器特性解析

高Tc超伝導円筒導波管共振器の解析モデルの模式図を図1に示す。円筒導波管の内半径を $a=5$ [mm]、外半径を $b=10$ [mm]とし、共振器長 $l$ は可変とした。また、TDGL方程式を用いて超伝導体のコンダクタンスを計算し、超伝導状態における表皮厚 $\delta_s$ を算出した。

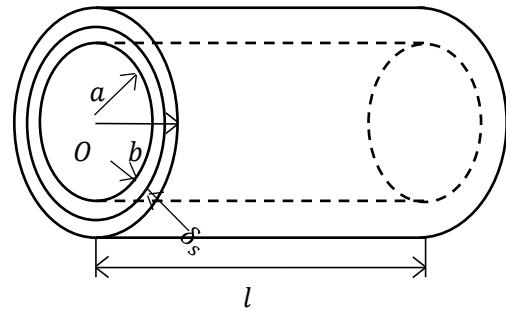


図1. 高Tc超伝導円筒導波管の模式図

円筒導波管の伝搬モードは基本モードの $TE_{11}$ モードと仮定し解析を行った。 $TE_{11}$ モードの電磁界を以下に示す。

$$H_z = A J_1(k_c r) \cos(\varphi + \theta_1) e^{-\gamma z} \quad (2)$$

$$E_r = A \frac{j\omega\mu_0 J_1(k_c r)}{k_c^2 r} \sin(\varphi + \theta_1) e^{-\gamma z} \quad (3)$$

$$E_\varphi = A \frac{j\omega\mu_0}{k_c} J_1(k_c r) \cos(\varphi + \theta_1) e^{-\gamma z} \quad (4)$$

ここで、 $J_1$ は1次のベッセル関数、 $k_c$ は臨界波数、 $\gamma$ は伝搬定数である。

円筒導波管断面の電気力線と磁力線の様子を図2に示す。また、伝搬減衰定数の解析式を式(5)に示す。

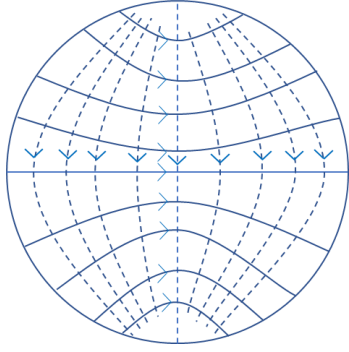


図 2. 円筒導波管断面の電気力線と磁力線の様子  
(実線:電気力線、破線:磁力線)

伝搬電磁波の周波数と高 Tc 超伝導体の導電率の関係は TDGL 方程式を用いて解析した。超伝導体の導電率は、伝搬する電磁波によって準粒子が励起されるために有限になる。本研究では式(6)で与えられる TDGL 方程式の解を用いて導電率を求めた。

式(5)で求めた伝搬減衰定数を式(8)に代入して、超伝導円筒導波管共振器の無負荷時の Q 値  $Q_0$  の値を解析した。解析結果の例を図 3、図 4 に示す。

$$\alpha = \frac{P_l}{2P}$$

$$= \frac{1}{a} \frac{\eta}{\sigma_s \delta_s} \frac{1}{\sqrt{1-(\lambda/\lambda_c)^2}} \left[ \frac{1}{(\rho_{11}')^2 - 1} + \left( \frac{\lambda}{\lambda_c} \right)^2 \right] \quad (5)$$

$$\Psi(x, z, t) = 1 - \frac{\kappa}{2\sqrt{2}(2 - \kappa^2)} \left( \frac{2ec\mu_0 \xi H_0}{h\omega} \right)^2$$

$$\times \left[ \exp\left(-\sqrt{2}\frac{x}{\xi}\right) - \frac{\kappa}{\sqrt{2}} \exp\left(-\frac{2x}{\kappa\xi}\right) \right]$$

$$\times \left[ 1 - \frac{\sin\left(2\omega t - \frac{2}{c}\omega z + \arctan\frac{1}{\tau\omega}\right)}{\{(\tau\omega)^2 + 1\}^{\frac{1}{2}}} \right] \quad (6)$$

$$\sigma_s = \frac{2\sigma_N}{h\omega} \frac{1}{(cT)^2} \frac{1}{d} \int_0^T dt \int_0^{cT} dz \int_0^d dx \int_{\Delta}^{\infty} dE$$

$$\times [f(E) - f(E + h\omega)]$$

$$\cdot \frac{E^2 + \Delta^2 + h\omega E}{(E^2 - \Delta^2)^{\frac{1}{2}} [(E + h\omega)^2 - \Delta^2]^{\frac{1}{2}}} \quad (7)$$

$$Q_0 = \left[ \frac{\alpha \lambda_0^2}{\pi \lambda_g} + \frac{4}{p\pi Z_w \sigma_c \delta_s} \left( \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \right)^2 \right]^{-1} \quad (8)$$

ここで、 $\lambda_0$ は共振波長、 $\lambda_g$ は管内波長、 $p$ は定在波数、 $Z_w$ は電波インピーダンス、 $\sigma_c$ は導電率、 $\kappa$ は GL パラメータである。導波管の長さは 3[cm]とした。

#### 4. まとめと今後の課題

本研究では、TDGL 方程式を用いて高 Tc 超伝導円筒導波管共振器の無負荷時の Q 値の解析を行った。

無負荷時の Q 値の解析では、共振器長 3[cm]、動作温度 50[K]、周波数  $f=3$ [THz]で  $Q_0=12107$ 、共振器長 5[cm]、動作温度 50[K]、周波数  $f=3$ [THz]で  $Q_0=33628$  となった。貯蔵電磁エネルギーを取り出すための結合孔を設けたときの Q 値を解析することが今後の課題である。

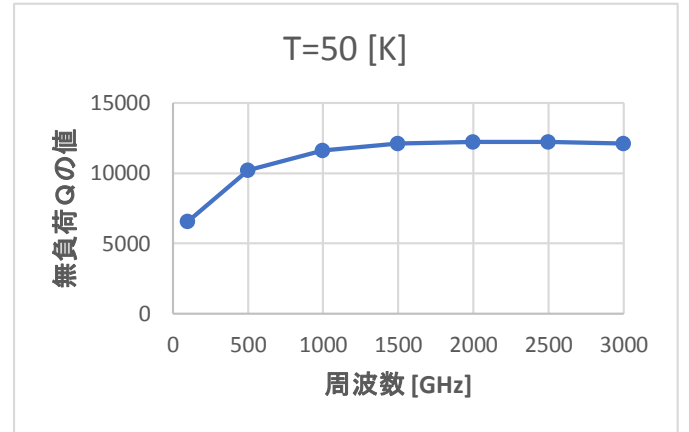


図 3. 共振器長 3[cm]のときの  $Q_0$  値の解析結果(T=50[K])

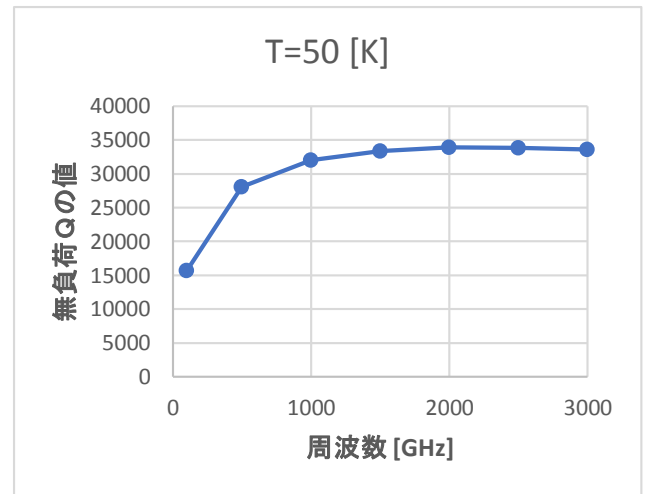


図 4. 共振器長 5[cm]のときの  $Q_0$  値の解析結果(T=50[K])